

dr Elżbieta Kalinowska

Instytut Matematyczny, Uniwersytet Wrocławski



Tabliczka mnożenia



Tabliczka mnożenia

- Ta prezentacja poświęcona jest zasadniczo kwestii mnożenia w obrębie tabliczki mnożenia.
- Prezentację tę warto obejrzeć po uprzednim zapoznaniu się z informacjami dotyczącymi wiedzy o faktach arytmetycznych, które zawarte zostały w prezentacji zatytułowanej Zdolności arytmetyczne.





Tabliczka mnożenia

- Pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia jest ważną umiejętnością, którą uczniowie powinni nabyć w klasie III-IV.
- Mnożenia uczniowie uczą się od klasy II. Najpierw powinni poznać sens działania i jego własności (przemienność, łączność), a dopiero potem powinno dążyć się do pamięciowego jej opanowania.
- Niestety często bywa tak, że zbyt wcześnie kładzie się nacisk na pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia – zanim dziecko dobrze zrozumie sens i własności działania.





Mnożenie pamięciowe

- Sprawne mnożenie pamięciowe potrzebne jest przy realizacji kolejnych treści nauczania – dzielenie, dzielenie z resztą, mnożenie i dzielenie pisemne, sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika, wyciąganie całości z ułamków niewłaściwych, potęgowanie, wyciąganie pierwiastków itd.





Co jest ważniejsze?

- Na etapie poznawania mnożenia jako działania, znacznie ważniejsze niż pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia, jest nauczenie się, jak sobie radzić, kiedy nie znamy wyniku jakiegoś mnożenia.

Np.

- mnożenie przez 4 to dwukrotne podwajanie;
- jeśli nie wiesz, ile to jest 6×8 , to policz 3×8 i jeszcze raz 3×8 ;
- jeśli nie pamiętasz, ile to jest 7×8 , to policz 5×8 i jeszcze 2×8 .





Rozdzielność mnożenia i dzielenia

- W wielu obliczeniach potrzebne jest nie tylko przywoływanie z pamięci wyników mnożenia w obrębie tabliczki mnożenia, ale także pamięciowe wykonywanie obliczeń z wykorzystaniem prawa rozdzielności mnożenia i dzielenia względem dodawania i odejmowania.
- $24 \times 3 = 20 \times 3 + 4 \times 3 =$
- $19 \times 4 = 20 \times 4 - 1 \times 4 =$
- $64 : 4 = 40 : 4 + 24 : 4 =$





Błąd dydaktyczny

- Dość często jest tak, że nauczyciele przywiązują ogromną wagę do tego, aby dzieci wyszły z klasy III z dobrze opanowaną pamięciowo tabliczką mnożenia, bowiem chcą uniknąć negatywnych ocen ich pracy, przez nauczycieli matematyki w klasie IV, którzy będą narzekać, że dzieci nie znają tabliczki mnożenia – nie zostały tego nauczone w klasie III.
- W efekcie organizują wiele ćwiczeń związanych z zapamiętywaniem tabliczki mnożenia, zadają jako zadanie domowe pamięciowe jej opanowanie i z tego też dzieci odpytują.
- Niestety hamuje to rozwój umiejętności wykonywania operacji mnożenia w pamięci i ogranicza doświadczenia uczniów związane ze stosowaniem różnych sposobów obliczania iloczynów liczb.





Gromadzenie doświadczeń

- Pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia powinno nastąpić w wyniku wielu różnorodnych ćwiczeń obliczeniowych, a nie na skutek pamięciowego wyuczania się działań i ich wyników.
- Ćwiczenia zapamiętywania i przywoływania wyników powinny być jedynie aktywnością wspierającą nastawienie na zapamiętanie i doskonalącą sprawność wydobywania zapamiętanych faktów arytmetycznych z pamięci długotrwałej – zdecydowanie nie mogą one zastępować innych form ćwiczeń.





- Na kolejnych slajdach pokazanych jest kilka przykładów ćwiczeń, pomocy, pomysłów, jak można doskonalić u uczniów umiejętności mnożenia i doprowadzić do pamięciowego opanowania tabliczki mnożenia.
- Dobre opanowanie tabliczki mnożenia pomoże uczniom sprawniej dzielić.



Tabliczka mnożenia

- Tabliczkę mnożenia przedstawia się w formie kwadratu, bądź w formie zapisanych działań. W pracy z uczniami preferuję tabliczkę w kwadracie.

drugi operand

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

pierwszy operand

Tabliczka mnożenia

Mnożenie przez 1 $1 \times 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $1 \times 3 = 3$ $1 \times 4 = 4$ $1 \times 5 = 5$ $1 \times 6 = 6$ $1 \times 7 = 7$ $1 \times 8 = 8$ $1 \times 9 = 9$ $1 \times 10 = 10$	Mnożenie przez 2 $2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$ $2 \times 6 = 12$ $2 \times 7 = 14$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 9 = 18$ $2 \times 10 = 20$	Mnożenie przez 3 $3 \times 1 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 5 = 15$ $3 \times 6 = 18$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 8 = 24$ $3 \times 9 = 27$ $3 \times 10 = 30$	Mnożenie przez 4 $4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 5 = 20$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 9 = 36$ $4 \times 10 = 40$	Mnożenie przez 5 $5 \times 1 = 5$ $5 \times 2 = 10$ $5 \times 3 = 15$ $5 \times 4 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 6 = 30$ $5 \times 7 = 35$ $5 \times 8 = 40$ $5 \times 9 = 45$ $5 \times 10 = 50$
Mnożenie przez 6 $6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $6 \times 7 = 42$ $6 \times 8 = 48$ $6 \times 9 = 54$ $6 \times 10 = 60$	Mnożenie przez 7 $7 \times 1 = 7$ $7 \times 2 = 14$ $7 \times 3 = 21$ $7 \times 4 = 28$ $7 \times 5 = 35$ $7 \times 6 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $7 \times 8 = 56$ $7 \times 9 = 63$ $7 \times 10 = 70$	Mnożenie przez 8 $8 \times 1 = 8$ $8 \times 2 = 16$ $8 \times 3 = 24$ $8 \times 4 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 6 = 48$ $8 \times 7 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$ $8 \times 10 = 80$	Mnożenie przez 9 $9 \times 1 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $9 \times 3 = 27$ $9 \times 4 = 36$ $9 \times 5 = 45$ $9 \times 6 = 54$ $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$ $9 \times 9 = 81$ $9 \times 10 = 90$	Mnożenie przez 10 $10 \times 1 = 10$ $10 \times 2 = 20$ $10 \times 3 = 30$ $10 \times 4 = 40$ $10 \times 5 = 50$ $10 \times 6 = 60$ $10 \times 7 = 70$ $10 \times 8 = 80$ $10 \times 9 = 90$ $10 \times 10 = 100$

Tabliczkamnozenia.pl



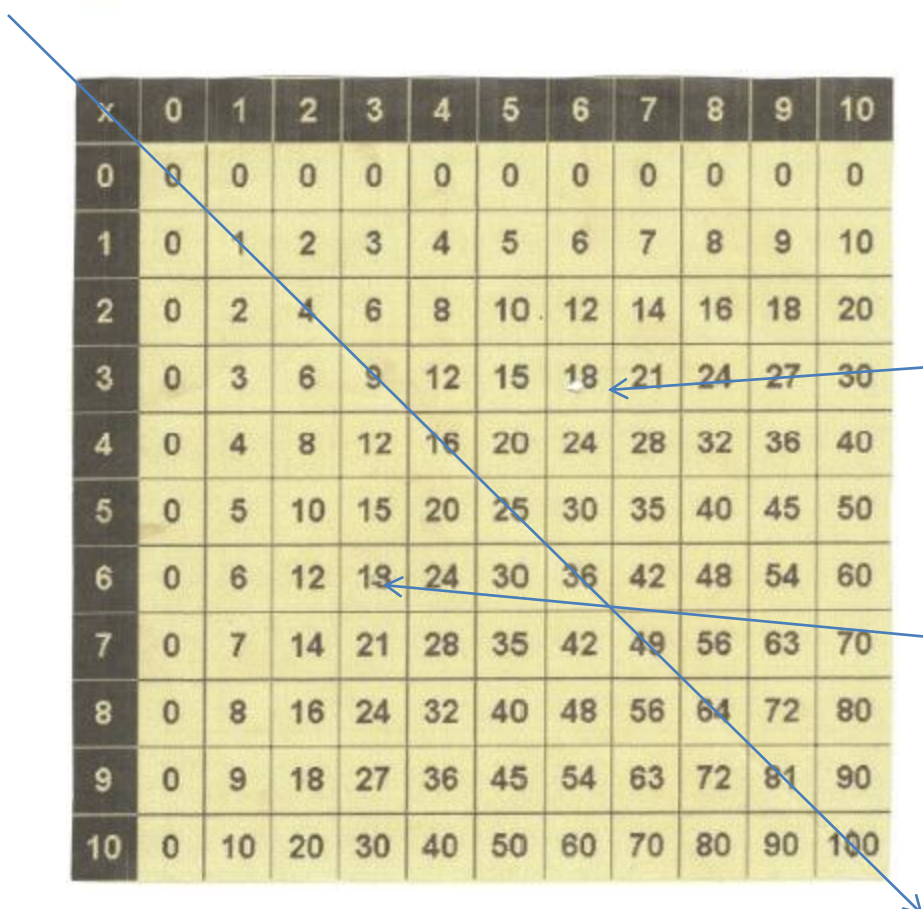



Znacznie mniej niż się wydaje

- Początkowo uczniom wydaje się, że działań w tabliczce mnożenia jest bardzo dużo i nie da się tego szybko zapamiętać. Dobrze jest uzmysłwić uczniom, że w tabliczce wiele działań występuje dwukrotnie – 3×4 oraz 4×3 , a zatem zapamiętać je trzeba tylko raz.
- Aby to uczniom uzmysłwić dobrze jest kartkę z wydrukowaną tabliczką mnożenia złożyć na pół po przekątnej i zrobić dziurkę w miejscu któregoś z działań, żeby uczeń zobaczył, że to samo działanie znajduje się po drugiej stronie.



Nie tak dużo



x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Złóż tabliczkę wzdłuż przekątnej.
- Wbij szpilkę np. w liczbę 18
- Pozwól uczniowi sprawdzić, gdzie jest druga dziurka





1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Na wydrukowanej tabliczce mnożenia, można na kolorowo zaznaczać te działania, które uczeń już pamięta, bądź łatwo potrafi policzyć.
- Wtedy widać będzie, ile pozostało do nauczenia się.

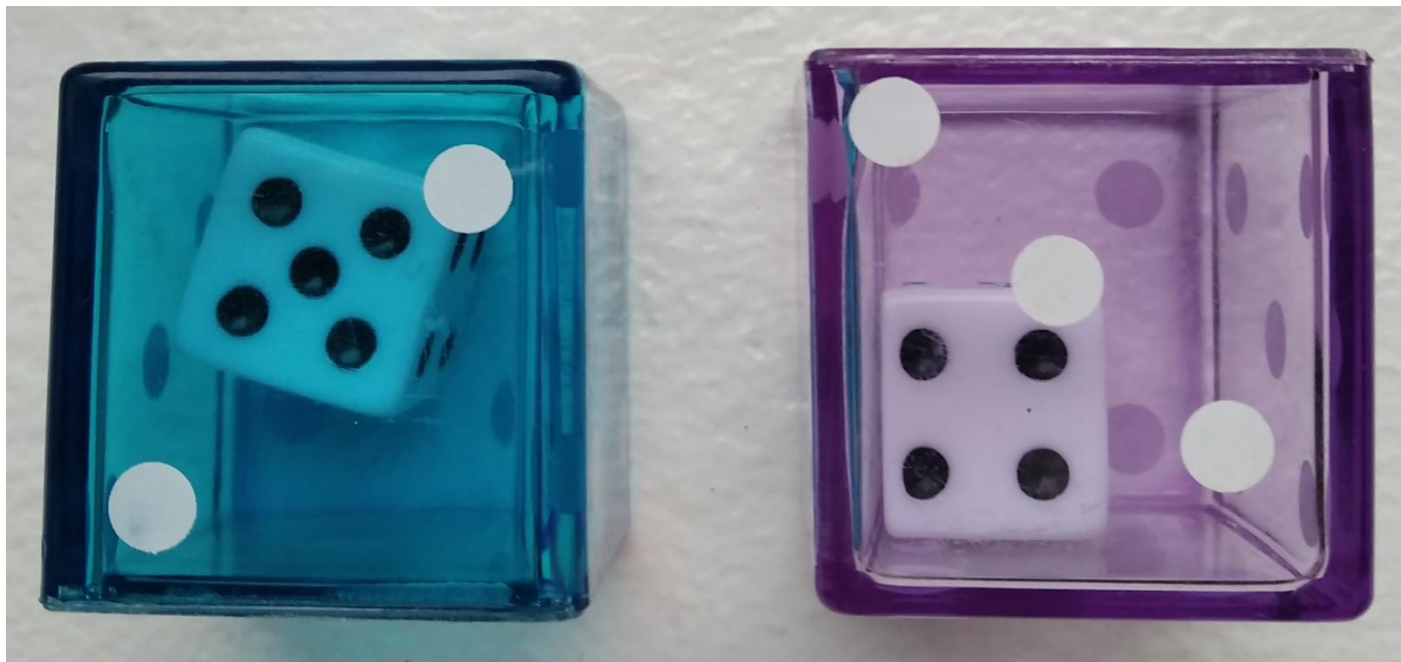


Plastikowe duże, przezroczyste kostki do gry, w których w środku znajdują się mniejsze kostki można wykorzystać do różnego rodzaju gier.

Np. uczeń i nauczyciel na zmianę rzucają kostką. Oczka na kostce zewnętrznej i wewnętrznej mnożymy przez siebie. Punkt zdobywa ta osoba, która uzyska wyższy wynik.

Można też rozegrać rozgrywkę na centymetrze krawieckim bądź papierowej miarce metrowej. Przesuwamy pionki do gry o tyle pól, ile wynosi iloczyn oczek na kostkach.

Wygrywa ten, kto pierwszy dojdzie do 100.



Kostki dziesięciościenne

Kostki dziesięciościenne, w odróżnieniu od pokazanych wcześniej sześciennych pozwalają na mnożenie nie tylko do 36, ale w obrębie całej tabliczki mnożenia.

Rzucamy dwiema takimi kostkami i mnożymy liczbę oczek.

Kostki dwunasto- i dwudziestościenne otwierają jeszcze więcej możliwości.



Dalsze utrwalanie tabliczki mnożenia

- Mnożenie liczb ujemnych to również okazja do utrwalania tabliczki mnożenia.
- Tu także wykorzystać można kostki do gry i zaplanować np. grę w trzy rzuty.
- Po każdym rzucie liczby mnożymy przez siebie i zapisujemy wynik. Po trzech rzutach wyniki sumujemy i ustalamy, kto zwyciężył.



Ja mam... Kto ma...?



A

B

C



Gra typu: Ja mam... Kto ma...?

- Gra wymaga przygotowania kart. Przykładowe karty znajdują się wśród udostępnionych materiałów.
- Jest to szczególnie dobra gra do wykorzystania w czasie zajęć wyrównawczych, w których uczestniczy kilkoro dzieci.
- Karty rozdajemy uczestnikom gry. Najlepiej, żeby każdy miał po kilka kart.
- Nauczyciel bierze jedną kartę i rozpoczyna, a także zakończy grę.
- Nauczyciel czyta zadanie z dolnej części karty: Kto ma 7 razy 9?
- Uczeń który ma kartę z wynikiem tego działania mówi: Ja mam 63. Kto ma... i odczytuje zadanie z dolnej części karty.
- Gra toczy się do momentu, kiedy wypowiedziane będzie działanie, którego wynik ma na swojej karcie nauczyciel.
- Dobrze jest dzieciom powiedzieć, że kartę, która już wystąpiła należy odłożyć, bądź też nauczyciel może te karty zbierać.
- Walorem gry jest to, że każdy uczestnik musi skupiać uwagę do momentu kiedy wykorzystane zostaną wszystkie jego karty.



Jak wykorzystać puzzle?



Puzzle w ramce, które układa się nakładając elementy na nadrukowany w tle obrazek można wykorzystać, jako układankę matematyczną.

Na obrazku będącym tłem nakleja się, bądź pisze wyniki działań, a na odwrocie poszczególnych elementów zapisuje działania.

Element można odwrócić i położyć dopiero po ustaleniu wyniku działania.



Tu z kolei puzzle – dzielenie. W tym przypadku ważne są kolory jakimi zapisane są działania. Jeśli działanie zapisane jest kolorem niebieskim, szukamy wyniku zapisanego również tym kolorem.



Dzielniki liczby, rozkład na czynniki pierwsze



Pomoc dydaktyczna do ćwiczeń w ustalaniu dzielników liczb i rozkładaniu liczb na czynniki pierwsze.



Po nitce do kłębka

- „Po nitce do kłębka” to metoda małych sprawdzianików.
- Każdy uczeń otrzymuje karteczkę z działaniami. Oblicza wynik pierwszego działania i wpisuje ten wynik w kolejnym działaniu w oznaczonym miejscu i oblicza kolejne działanie.
- Prace uczniów łatwo jest sprawdzić.
- Takie sprawdzianiki nie zabierają dużo czasu, a mobilizują uczniów i dodają motywacji do uczenia się.

21 · 2 =

 : 7 =

 · 9 =

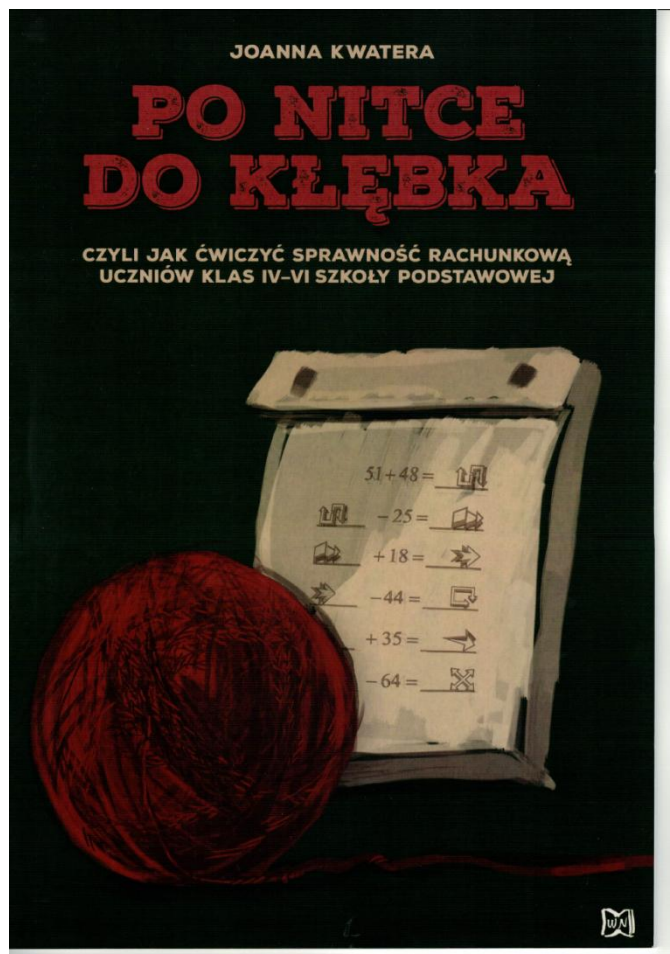
 : 3 =

 · 4 =

 : 6 =



Po nitce do kłębka



4. MNOŻENIE I DZIELENIE W ZAKRESIE 100

$21 \cdot 2 =$	$21 \cdot 2 =$	$21 \cdot 2 =$
$\cdot 7 =$	$\cdot 7 =$	$\cdot 7 =$
$\cdot 9 =$	$\cdot 9 =$	$\cdot 9 =$
$\cdot 3 =$	$\cdot 3 =$	$\cdot 3 =$
$\cdot 4 =$	$\cdot 4 =$	$\cdot 4 =$
$\cdot 6 =$	$\cdot 6 =$	$\cdot 6 =$
$21 \cdot 2 =$	$21 \cdot 2 =$	$21 \cdot 2 =$
$\cdot 7 =$	$\cdot 7 =$	$\cdot 7 =$
$\cdot 9 =$	$\cdot 9 =$	$\cdot 9 =$
$\cdot 3 =$	$\cdot 3 =$	$\cdot 3 =$
$\cdot 4 =$	$\cdot 4 =$	$\cdot 4 =$
$\cdot 6 =$	$\cdot 6 =$	$\cdot 6 =$
$21 \cdot 2 =$	$21 \cdot 2 =$	$21 \cdot 2 =$
$\cdot 7 =$	$\cdot 7 =$	$\cdot 7 =$
$\cdot 9 =$	$\cdot 9 =$	$\cdot 9 =$
$\cdot 3 =$	$\cdot 3 =$	$\cdot 3 =$
$\cdot 4 =$	$\cdot 4 =$	$\cdot 4 =$
$\cdot 6 =$	$\cdot 6 =$	$\cdot 6 =$

10



Karty Grabowskiego



A

B

C



Karty Grabowskiego

- Tak zwane Karty Grabowskiego to trzy komplety kart do gier matematycznych rozwijających nie tylko umiejętności mnożenia i dzielenia w obrębie tabliczki mnożenia.
- Zestaw pomocy obejmuje pudełeczka z kartami oraz broszurę z instrukcjami do gier.
- <https://kartygrabowskiego.pl/>

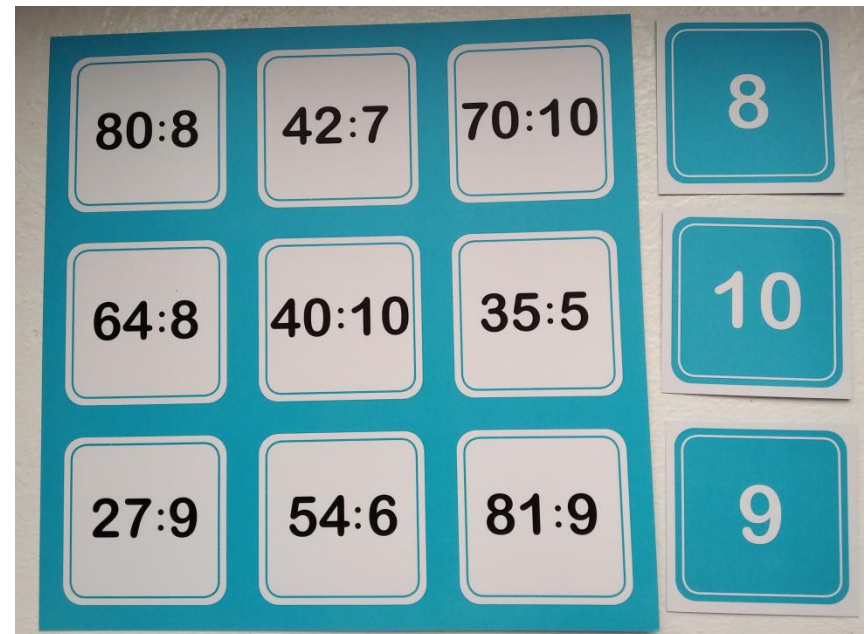


Bingo



Zestaw plansz i kartoników do gry
w Bingo – mnożenie i dzielenie.

Bardzo dobra gra do pracy zespołów
dydaktyczno-wyrównawczych



Karty – mnożenie oraz dzielenie

- Zestawy kart do ćwiczeń mnożenia i dzielenia zarówno w obrębie tabliczki mnożenia, jak i w przypadkach wymagających zastosowania prawa rozdzielności.



Karty - mnożenie

26



Maria Curie-Skłodowska w 1903 roku otrzymała Nagrodę Nobla z fizyki, a w 1911 – z chemii. Była pierwszą osobą i jednocześnie pierwszą i jedyną kobietą, która otrzymała Nobla w dwóch różnych dziedzinach. Jako pierwsza kobieta otrzymała też stanowisko profesora Uniwersytetu Paryskiego.

© Krapp Books

$9 \times 10 =$

55



Wróbel domowy ma zwyczaj kąpać się w piasku i w pyłe zamiast w wodzie. Wróble występują wszędzie tam, gdzie mieszka człowiek.

© Krapp Books

$49 \times 2 =$

65



Tarantule to gatunek dużych, drapieżnych, włochatych pajaków, żyjących w dżunglach Ameryki Południowej, Afryki i częściowo Ameryki Północnej. Samce są smuklejsze i dłuższe od samic.

© Krapp Books

$43 \times 2 =$

93



Lwy żyją w dużych stadach zwanych rodzinami. Lwia rodzina może liczyć od 3 do 40 zwierząt.

© Krapp Books

$3 \times 8 =$

- Każda karta zawiera działanie matematyczne do obliczenia oraz informacje dotyczące sławnych osób, różnych zwierząt, planet itp.



Karty - dzielenie



- W zależności od poziomu możliwości ucznia możemy dobrać karty z działaniami łatwiejszymi bądź trudniejszymi. Na odwrocie kart znajdują się dodatkowe działania do obliczenia.



Karty – mnożenie i dzielenie



- Po wykonaniu obliczenia kartę wkłada się w zakładkę znajdującą się na pudełku i sprawdza poprawność wyniku.



Ułatwiacze

$$4 \times 9 =$$



- Bardzo cenna podpowiedź dla uczniów, jak ustalać wyniki mnożenia przez 9.
- Skoro mnożymy razy 4 – zginamy czwarty palec.
- Odczytujemy wynik – 3 palce przed zgiętym i 6 za zgiętym czyli 36.





Ułatwiacze

- Oczywiście najlepiej przykłady takie zilustrować na palcach dłoni, jednak czasem zdarza się, że w początkowej fazie objaśniania tego sposobu ustalania wyniku mnożenia przez 9, przydają się rękawiczki.

$$7 \times 9 =$$





Ułatwiacze

- Mnożenie liczb powyżej 5 także można wykonać na palcach.
- Ważne jest ustalenie, jak będziemy numerować palce.



Ułatwiacze

- 7×8
- Palce do 7 na jednej ręce są wyprostowane.
- Palce do 8 na drugiej ręce są wyprostowane.
- Pozostałe palce są zgięte.
- Dodajemy palce wyprostowane – to będą dziesiątki $2 + 3 = 5$ czyli 50.
- Mnożymy palce zgięte – to będą jedności $2 \times 3 = 6$
- Wynik 56





Ułatwiacze

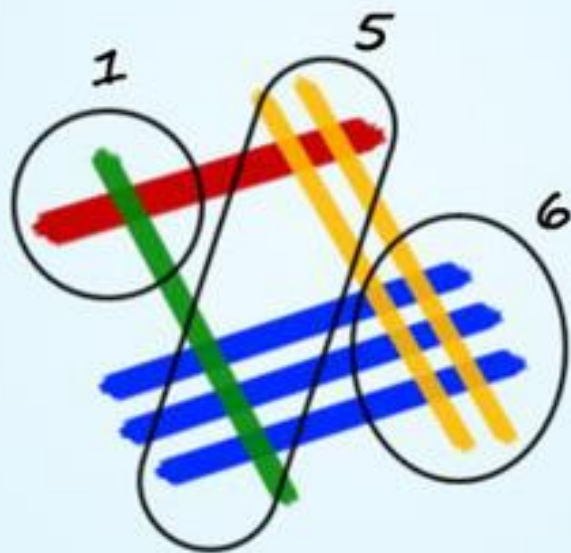
- 6×7
- To przykład trudniejszy.
- Palce wyprostowane to $1+2 = 3 - 3$ dziesiątki czyli 30
- Palce zgięte to $4 \times 3 = 12$ jedności
- Teraz do 30 trzeba dodać 12
- Wynik $30 + 12 = 42$





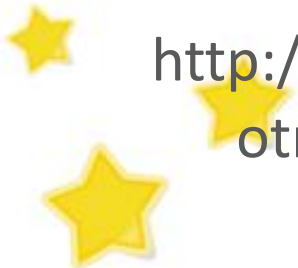
Ułatwiacze

$$13 \times 12 = 156$$



- W Internecie znaleźć można filmiki i artykuły dotyczące mnożenia za pomocą rysowania kresek.
- Wpisać można hasło: Mnożenie – rysowanie kresek i pojawią się różne odnośniki.





<http://www.edziecko.pl/Junior/7,160035,24605126,uczen-otrzymal-poprawny-wynik-mnozenia-ale-nauczyciel-odjal.html#g=z&s=BoxLSLink>

Kiedy po raz pierwszy dziecko spotyka się w szkolnej edukacji z mnożeniem, pokazywane jest ono jako skrócony zapis dodawania (powiązanie mnożenia ze znanym dzieciom działaniem matematycznym – dodawaniem). Wówczas kolejność zapisu czynników ma znaczenie – 6×4 to skrócony zapis dodawania sześciu czwórek (dodawaliśmy 6 czwórek).

Jednak celem nauczania jest ukształtowanie u uczniów pojęcia mnożenia, jako operacji na liczbach. Dlatego też bardzo szybko uzmysławia się dzieciom przemienność mnożenia.

W odniesieniu do konkretów oznacza to, że przy czterech bluzkach po 6 guzików, to to samo, co po sześć guzików przy każdej z 4 bluzek. A zatem kolejność zapisu czynników może być dowolna.

Uważam, że sposób punktowania zadań przez nauczycielkę jest niestuszny. Pokazuje on, że nauczycielka uważa, że uczeń powinien funkcjonować na poziomie najprostszego rozumowania, że mnożenie jest skróconym zapisem dodawania, natomiast uczeń zdaje się być w swoich rozumowaniach na poziomie wyższym – mnożenie jest operacją na liczbach i jest przemienne.

Poza argumentami matematyczno-metodycznymi, dodać należy, że takie ocenianie rozwiązania zadań przez nauczycielkę, przynosi uczniom szkody natury psychologicznej. Zatem jest ze wszech miar szkodliwe.





Sprawdzian 3

Grupa B

1. Do jednej bluzki potrzeba 6 guzików.
Oblicz, ile guzików potrzeba do:

1p
2p

- czterech bluzek. $4 \cdot 6 = 24$

- trzech bluzek. $3 \cdot 6 = 18$

2. Ile to pieniędzy? Zapisz odpowiednie działania.

2p
3p

$6 \cdot 10 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$

$10 \cdot 6 = 60$



3+

~~$2 \cdot 8 = 16$~~ $8 \cdot 2 \text{ zł} = 16 \text{ zł}$ $5 \cdot 5 = 25 \text{ zł}$

3. Wykonaj obliczenia. Zaznacz poprawne wyniki.

$3 \cdot 6 =$	$4 \cdot 4 =$	$4 \cdot 5 =$	$2 \cdot 8 =$	$5 \cdot 6 =$	$3 \cdot 7 =$
14	16	25	18	30	21
18	20	20	16	18	17

4. Do wykonania jednego obrazu w kształcie kwadratu potrzebne są 4 jednakowe deseczki. Ile deseczek potrzeba, żeby przygotować 6 takich samych obrazów?

15p
3p

Obliczenie: $4 \cdot 6 = 24$ $6 \cdot 4 = 24$

Odpowiedź: ~~potrzeba 24 deseczki~~
potrzeba do 6 obrazów 24 deseczki

